



Flächenberechnung mit Integralen

– Mathe Erklärungen und
Aufgaben

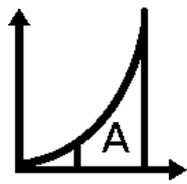
von lakschool.com

Alle Erklärungen

+ Aufgaben mit ausführlichem Lösungsweg

Inhalt

Erklärungen	3
Fläche unter Funktionsgraph	4
Flächenberechnung	7
Flächenberechnung durch Intervallaufteilung	9
Fläche zwischen Funktionsgraphen	11
Teilflächen zwischen Funktionsgraphen	14
Aufgaben	17
Grundlagen	18
Fläche unter Funktionsgraph	20
Fläche zwischen Funktionsgraphen	21
Anwendungsaufgaben	22
Lösungen	23
Grundlagen	24
Fläche unter Funktionsgraph	30
Fläche zwischen Funktionsgraphen	33
Anwendungsaufgaben	36



Flächenberechnung mit Integralen

Erklärungen



Flächeninhalt unter Funktionsgraph

Der **Flächeninhalt** zwischen einem Graphen und der x-Achse lässt sich mit dem bestimmten Integral berechnen. Dabei solltest du folgendes beachten:

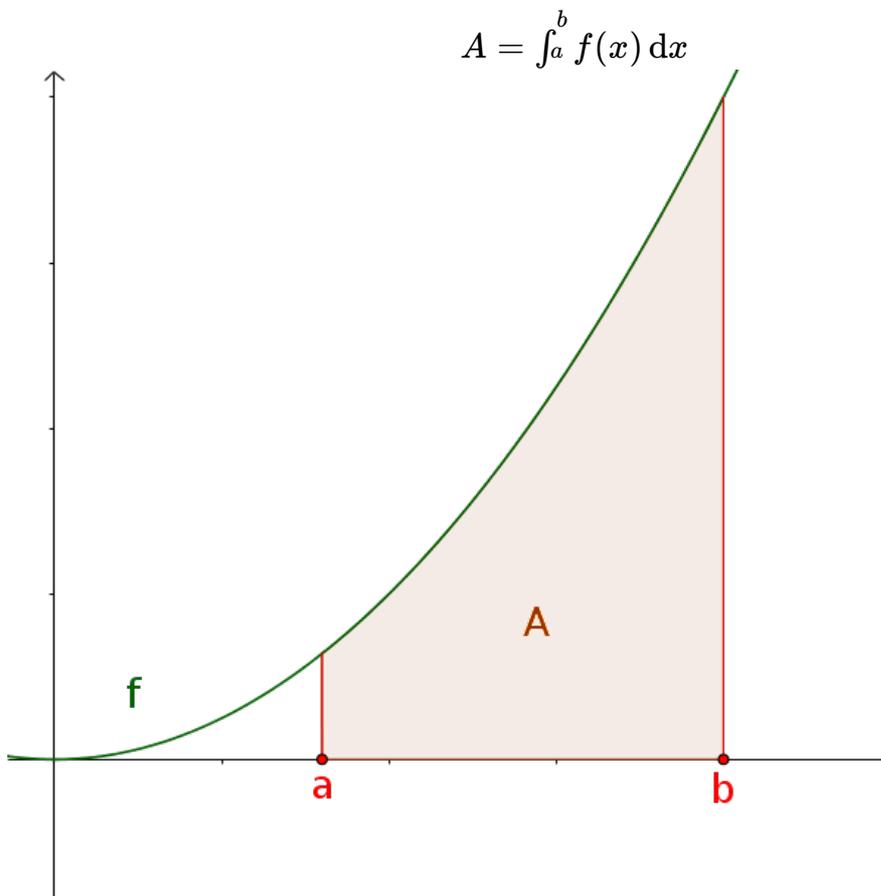


Merke

Beim bestimmten Integral gehen die Flächenstücke, welche oberhalb der x-Achse liegen, positiv und, die unterhalb, negativ ein.

Bestimmtes Integral einer positiven Funktion

Der Flächeninhalt unter einer positiven Funktion $f(x) \geq 0$ über $[a; b]$ entspricht dem bestimmten Integral.

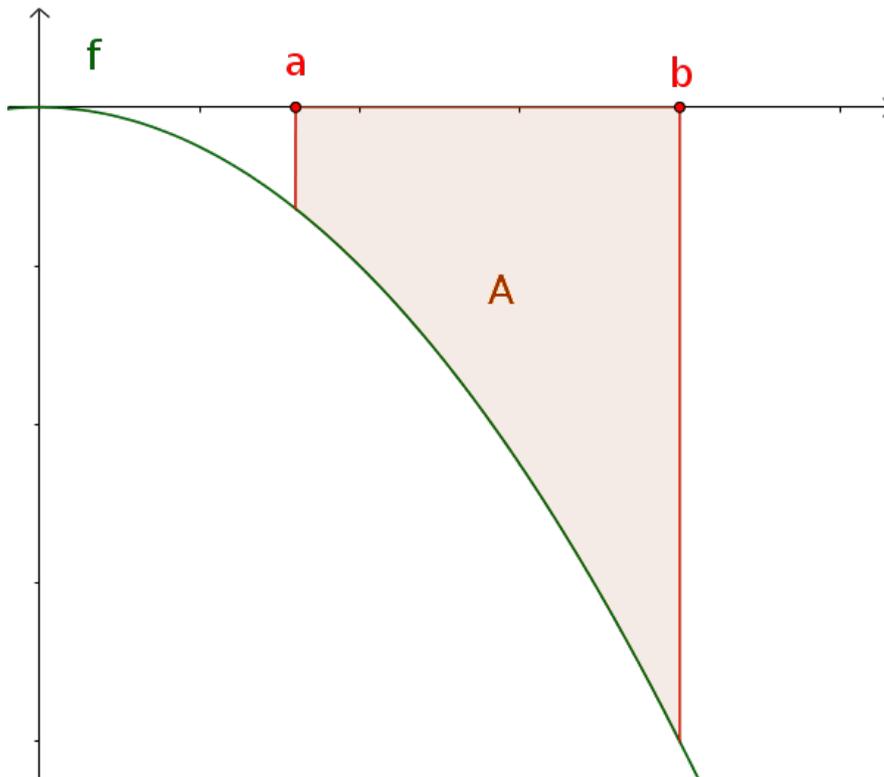


Bestimmtes Integral einer negativen Funktion

Der Flächeninhalt unter einer negativen Funktion $f(x) \leq 0$ über $[a; b]$ entspricht dem negativen bestimmten Integral.

$$A = - \int_a^b f(x) dx$$





Bestimmtes Integral einer Funktion mit Vorzeichenwechsel

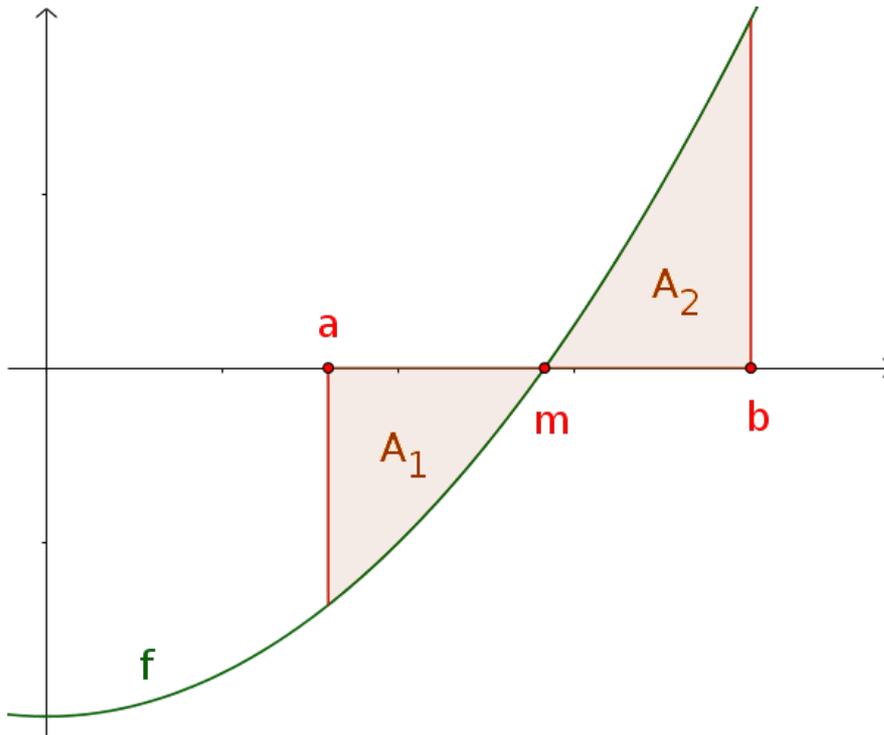
Das bestimmte Integral einer Funktion f mit Vorzeichenwechsel entspricht der **Flächenbilanz** über $[a; b]$.

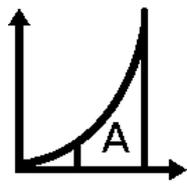
$$A_2 - A_1 = \int_a^b f(x) \, dx$$

Der Flächeninhalt ist also:

$$A = - \int_a^m f(x) \, dx + \int_m^b f(x) \, dx$$







Flächenberechnung mit Integralen

Aufgaben



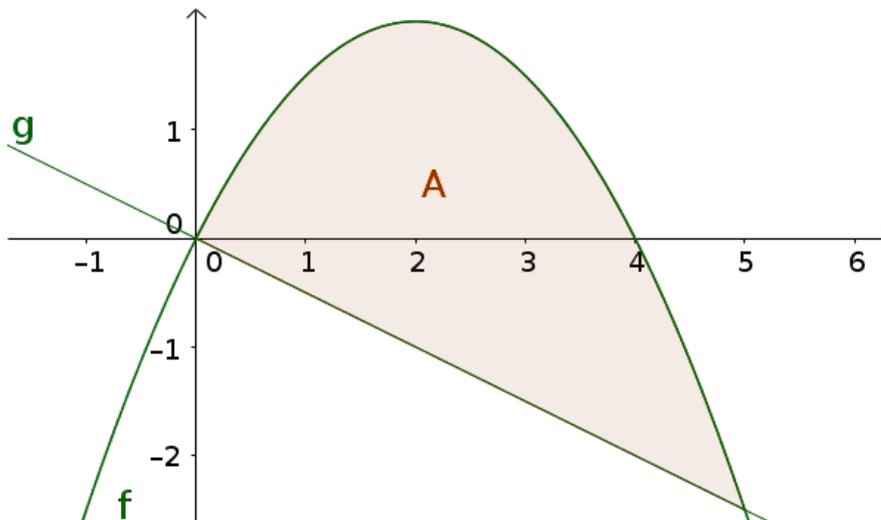
Grundlagen

Fläche unter Funktionsgraph

Aufgabenstellung: Berechne die Fläche zwischen der x-Achse und dem Graphen von $f(x) = x^2 + 2x$ im Intervall $[-2; 1]$. Fertige zunächst eine Skizze an.

Fläche zwischen Funktionsgraphen

Aufgabenstellung: Berechne die abgebildete Fläche zwischen den Graphen von $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x$ und $g(x) = -\frac{1}{2}x$.



Anwendungsaufgaben

Aufgabenstellung: Das abgebildete Fenster besteht aus vier Quadraten und einem Halbbogen, der durch eine quadratische Funktion beschrieben werden kann. Wie teuer wird eine Neuverglasung, wenn 1m^2 Glas 74€ kostet?



