



Gebrochenrationale Funktionen

– Mathe Erklärungen und Aufgaben

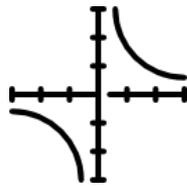
von lakschool.com

Alle Erklärungen

+ Aufgaben mit ausführlichem Lösungsweg

Inhalt

Erklärungen	3
Gebrochenrationale Funktionen	4
Zählergrad und Nennergrad	6
Nullstellenberechnung	7
Definitionsbereich und Definitionslücken	9
Polstellen	12
Hebbare Definitionslücken	15
Asymptoten	17
Grenzwert und Limes	20
Grenzwert bestimmen	22
Aufgaben	24
Grundlagen	25
Nullstellen	26
Definitionslücken	27
Klausuraufgabe I	28
Klausuraufgabe II	29
Klausuraufgabe III	30
Lösungen	31
Grundlagen	32
Nullstellen	34
Definitionslücken	36
Klausuraufgabe I	39
Klausuraufgabe II	43
Klausuraufgabe III	47



Gebrochenrationale Funktionen

Erklärungen



Gebrochenrationale Funktionen

Die **gebrochenrationalen Funktionen** gehören auch zu den rationalen Funktionen. Sie besitzen eine ganzrationale Funktion im Zähler und eine im Nenner.

$$f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$$

Oder etwas komplizierter sieht die Funktion dann so aus:

$$= \frac{a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \dots + a_1 \cdot x + a_0}{b_m \cdot x^m + b_{m-1} \cdot x^{m-1} + \dots + b_1 \cdot x + b_0}$$

$g(x)$ heißt **Zählerpolynom** und $h(x)$ heißt **Nennerpolynom**, da beides Polynome (= Funktionsterme ganzrationaler Funktionen) sind.

BEISPIELE

Beispiele für gebrochenrationale Funktionen sind:

- $f(x) = \frac{x^3}{x-1}$
- $f(x) = \frac{x-2}{x^3+x}$
- $f(x) = \frac{x^4-3x+5}{x^2+5x-4}$

Echt gebrochenrationale Funktion

Eine rationale Funktion heißt **echt gebrochenrationale Funktion**, wenn der Grad des Zählerpolynoms $g(x)$ kleiner ist als der Grad des Nennerpolynoms $h(x)$.

Beispiel

$f(x) = \frac{3x^3+3x^2-x}{x^6}$ ist eine echt gebrochenrationale Funktion, denn das Zählerpolynom hat den Grad 3 und das Nennerpolynom den Grad 6.

Unecht gebrochenrationale Funktion

Eine rationale Funktion heißt **unecht gebrochenrationale Funktion**, wenn der Grad des Zählerpolynoms $g(x)$ größer ist als der Grad des Nennerpolynoms $h(x)$.



Merke

Eine unecht gebrochenrationale Funktion lässt sich immer durch Polynomdivision in eine Summe ganzrationaler und echt gebrochenrationaler Funktion aufteilen.

unecht gebrochenrationale Funktion = ganzrationale Funktion + echt gebrochenrationale Funktion

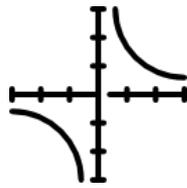


BEISPIEL

$f(x) = \frac{3x^4+x^2-2x}{7x^3}$ ist eine unecht gebrochenrationale Funktion, denn das Zählerpolynom hat den Grad 4 und das Nennerpolynom den Grad 3. Zerlegt sieht die Funktion dann so aus:

$$f(x) = \frac{3x^4+x^2-2x}{7x^3} = \frac{3}{7}x + \frac{1}{7x} - \frac{2}{7x^2}$$





Gebrochenrationale Funktionen

Aufgaben



Grundlagen

Nullstellen gebrochenrationaler Funktionen

Aufgabenstellung: Berechne die Nullstelle der Funktion.

$$f(x) = \frac{x+2}{(x-2)^2}$$

Definitionslücken

Aufgabenstellung: Bestimme die Definitionslücken und gib an, ob es sich um Polstellen oder hebbare Definitionslücken handelt.

$$f(x) = \frac{x+5}{x^2+3x-10}$$

